第 35 卷　第 5 期　　气　象　科　学　　Vol. 35, No.5
2015 年 10 月　　Journal of the Meteorological Sciences　　Oct., 2015

杨长业,李云,高太长,等.大气折射对甚高频闪电定位的影响分析.气象科学,2015,35(5):574-580.
YANG Changye, LI Yun, GAO Taichang, et al. Effect of atmospheric refraction on VHF lightning location. Journal of the Meteorological Sciences, 2015, 35(5): 574-580. doi:10.3969/2014jms.0064

大气折射对甚高频闪电定位的影响分析

杨长业　李云　高太长　江志东
(解放军理工大学 气象海洋学院,南京 211101)

摘要　利用 GPS 探空仪实测数据计算大气折射率的高度廓线,建立大气折射误差模型。并分析大气折射效应对方向交汇、到达时间差以及综合法 3 种甚高频闪电定位方法测量精度的影响。结果表明,对于定位距离,大气折射对方向交汇法的影响最大,误差最大值可达到 116. 52 m,平均误差为 30. 18 m;大气折射对时间差法的影响最小,误差最大值约为 44. 70 m,平均值为 12. 32 m;对综合法的影响介于二者之间,误差最大值约为 58. 90 m,平均值为 16. 74 m。在综合法中,选取离闪电源较远测站进行方向交汇的定位误差是选取较近站点的定位误差的 1.6 倍,因此应当选取近站点。考虑到 GPS 授时误差,要保证大气折射对闪电定位造成定位误差小于 GPS 时间同步带来的误差,3 种闪电定位方法的站间距应分别不大于 28 km、60 km、45 km。

关键词　雷电; 大气折射效应; 闪电定位; 大气折射率; 定位误差模型
分类号: P457. 9　　**doi**:10.3969/2014jms.0064　　**文献标识码**: A

Effect of atmospheric refraction on VHF lightning location

YANG Changye　LI Yun　GAO Taichang　JIANG Zhidong
(*College of Meteorology and Oceanography*, *PLA University of Science and Technology*, *Nanjing* 211101, *China*)

Abstract　By using the vertical profile of atmospheric refraction calculated by GPS sonde data, the error model induced by atmospheric refraction was proposed. Moreover, the effect of atmospheric refraction on lightning location methods (Direction Finder (DF), Time-Of-Arrival (TOA) and Improved Accuracy using Combined Technology (IMPACT)) were also analyzed. Results show that for the location precision, the atmospheric refraction has the greatest impact on the DF method with the maximum error value of 116. 52 m and the mean error of 30. 18 m; whereas it has the least impact on the TOA method with the maximum error of 44. 70 m and the mean error of 12. 32 m; the maximum error and the mean error of the IMPACT method are 58. 90 m and 16. 74 m, respectively. For the IMPACT method, the location error of far station is 1. 6 times of the location error of more nearby station, hence, the nearby station should be chosen to locate the lightning. To ensure the error induced by the atmospheric refraction less than that induced by timing error of GPS, the station distances of the DF, TOA and IMPACT system should be less than 28 km, 60 km and 45 km, respectively.

Key words　Thunderstorm; Atmospheric refraction effect; Lightning location; Atmospheric refraction rate; Location error model

收稿日期(Received):2014-04-13;**修改稿日期**(Revised):2014-05-28; **网络出版日期**(Published on-line):2015-08-17
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/32.1243.P.20150817.1607.003.html
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61301063)
通信作者(Corresponding author):高太长(GAO Taichang).2009gaotc@gmail.com

引　言

闪电是一种危害性极大的自然灾害[1]。为提供及时的闪电预警信息,减小雷击带来的损失,许多国家都已建有全国性的闪电监测预警网络[2]。闪电定位的精度是表征定位系统性能的重要参数和指标,受多种因素的影响。随着对定位算法[3]、布站方式[4]、仪器系统误差[5]、地形地貌[6-7]等主要影响因素分析的深入,闪电定位精度越来越高逐渐由千米级精确到百米级[8]。

在影响闪电定位精度的因素中,大气折射造成的影响较小以往常被忽略[9],但随着 GPS 授时的出现,使得多站点的时间同步得到很好地解决。当前测站时钟同步差可保持在 50 ns 以内[10-11],由此引起的距离偏差不超过 15 m。因此,对造成大于 15 m 偏差的因素都应该进行分析。闪电辐射电磁波在大气中传播时会受到大气中不均匀介质的影响而产生电磁波折射效应[12],使电磁波的传播路径弯曲,传播速度发生变化,导致在闪电定位时出现折射误差。因此,要进一步提高闪电定位的精度必须进行电磁波折射误差的修正。由于精确打击侦察的需要,研究大气折射对雷达探测影响较多[13-15],然而闪电定位系统与雷达定位不同,不主动发射电磁波难以利用单个站点确定闪电源的距离,在实际定位中利用多个站点进行联合定位,因此需要分析大气折射对多个站点综合定位的影响。

本文通过计算大气折射率随高度变化的分布,建立了大气折射对 3 种甚高频闪电三维定位方法(方向交汇法、到达时间差法以及测向时差综合法)的误差模型,分析了大气折射效应对闪电定位探测精度的影响。

1　大气折射率的分布特征

闪电起始高度一般分布在 4~15 km[16],处于对流层区域,对流层中大气的温度、湿度和气压都是随高度变化的,造成大气层不稳定,导致大气折射率随高度变化。计算大气折射率有两种方法[17]:一是利用实时探空资料反演大气折射率分布,二是利用已有的大气折射剖面模型。

大气折射率是温度、大气压强和水汽压的函数[18],氢气球携带 GPS 探空仪升空,得到随高度实时变化的大气温度、气压、湿度等数据,从而计算大气折射率

$$N = 77.6\frac{p}{T} + 3.73256\times 10^5\frac{e}{T^2}\ , \qquad (1)$$

上式中 N 为大气折射率,T 为空气热力学温度,p 为大气压强,e 为大气中水汽分压强,可由相对湿度求得。

利用实时的探空数据计算得到大气折射率的方法精度高,但是费时、探空数据的获得有一定难度,而采用已有的折射率剖面模型的方法较为广泛。目前较精确的全国大气折射率统计模型,为分段模型[13]

$$N = \begin{cases} N_0 - \Delta N(h - h_0), & h_0 \leqslant h \leqslant h_0 + 1 \\ N_1\exp[-c_1(h - h_0 - 1)], & h_0 + 1 \leqslant h \leqslant 9 \\ N_9\exp[-c_9(h - 9)], & 9 \leqslant h \leqslant 60 \end{cases} \qquad (2)$$

式(2)中 N_0 为地面处的折射率;ΔN 为离地面 1 km 处折射率梯度;N_1 为地 1 km 处的折射率;c_1 为地面以上 1 km 至海拔 9 km 的指数衰减率,单位 km^{-1};N_9 为海拔 9 km 处的折射率;c_9 为海拔9 km至海拔 60 km 的指数衰减率,单位 km^{-1};h 为海拔高度,单位 km。

2008 年 5—6 月在北京共进行 36 次探空试验,大气折射率随高度分布如图 1 所示,为便于分析比较,分段模型选用北京地区的剖面参数[19],h_0 = 0.033、N_0 = 320、ΔN = 41、c_1 = 0.1225、c_9 = 0.1434、N_9 = 105。GPS 探空仪实际升空高度最大值约 35 km,但考虑到闪电仅在对流层活动,因此,仅计算 15 km 以下的大气折射率随高度变化情况。

由图 1 知,大气折射率随着高度的增加逐渐减小,同时折射率分段模型能够较好地反映出大气折射率变化趋势,且与多次探空数据的平均值一致性较好,因此在没有实时探空数据的情况下,可以利用

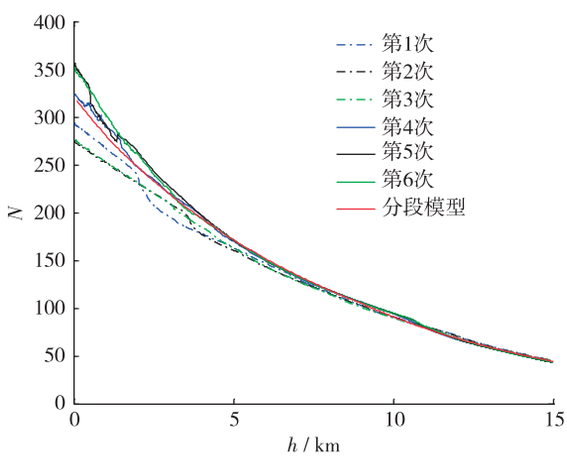

图 1　大气折射率剖面

Fig. 1　Profile of atmospheric refractivity

折射率统计模型进行计算。

2 大气折射对闪电定位的影响

2.1 计算电磁波到达测站的真实仰角

由于大气折射率随高度变化,闪电辐射电磁波在大气中传播时产生电磁波折射效应,使电磁波的传播路径弯曲[20],导致测站所测得的仰角与真实仰角出现偏差。图 2 中,P 为闪电源发生位置,M 是测站所处位置。$|PM|$为闪电源到测站的直线距离,$\widehat{PM}$为闪电电磁波的实际传播路径。i_0 为测站 M 所测闪电源的仰角,θ 为闪电源的真实仰角。

射线方向改变大小用偏折角 τ 表示,盛裴轩等[21]指出路径偏折角 τ 计算方法

$$\tau = -\int_{h_M}^{h_P} \frac{n_0 r_0 \cos i_0}{n\sqrt{n^2 (R_e + h)^2 - n_0^2 r_0^2 \cos^2 i_0}} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}h} \mathrm{d}h , \quad (3)$$

式(3)中 h_M 为测站离地面的高度,R_e 为地球半径,$r_0 = R_e + h_M$ 为测站 M 所在高度,n_0 为测站 M 所在高度的折射指数 。

大气折射指数 n 与大气折射率的关系为

$$n = 1 + N \times 10^{-6} . \quad (4)$$

利用 GPS 探空仪数据,得到折射率随高度的分布,再结合闪电源的高度 h_p,就可以确定 τ。令闪电源高度 h_p 处的折射指数为 n_p,由 Snell 定律可以得到离地面不同高度的测站所测仰角值

$$n(R_e + h)\cos i = n_0(R_e + h_0)\cos i_0 , \quad (5)$$

式中 h_0 为测站海拔高度,i 是电磁波传播方向与地球同心圆在离地面高度 h 处的夹角,即在离地面高度 h 处的测站所测的仰角。

计算夹角 δ

$$\tan\delta = \frac{n_0/n_p - \cos\tau - \sin\tau\tan i_0}{\sin\tau - \cos\tau\tan i_0 + n_0\tan i_p/n_p} , \quad (6)$$

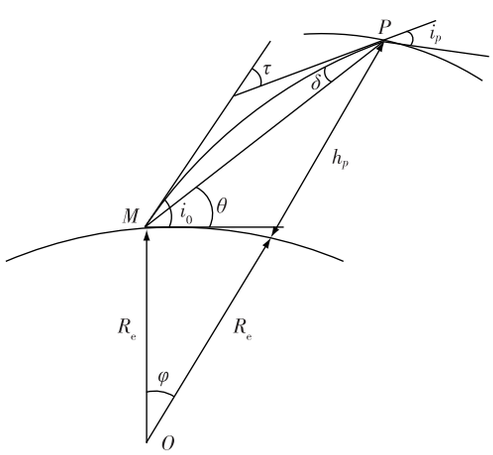

图 2 电磁波在大气中的传播路径

Fig.2 Propagation track of electromagnetic wave in the air

式中,i_p 是电磁波传播方向与地球同心圆在闪电源处的夹角,由公式(5)得到。

闪电源到测站真实的仰角 θ,可根据所测仰角计算得到

$$\theta = i_0 - \tau + \sigma . \quad (7)$$

大气折射造成的传播路径弯曲导致传播距离偏差 $D_M = |\widehat{PM}| - |PM|$,该距离偏差将导致电磁波到达测站的时间出现误差。

取闪电高度为 10 km 时,联立方程(4)~(7)计算结果如表 1 所示。

表 1 根据所测仰角计算偏折角和真实仰角(单位:°)

Table 1 Calculating bending angle and real elevation angle by measured elevation angle

所测仰角	偏折角	真实仰角
10	0.072 3	9.956 5
20	0.035 4	19.978 7
30	0.022 4	29.986 5
40	0.015 4	39.990 7

2.2 大气折射对方向交汇法定位影响

2.2.1 定位误差模型建立

方向交汇是最早提出的多站定位方法,利用三角关系求解闪电辐射源位置。如对甚高频的干涉法而言,单个干涉仪可以得到闪电的方位角和仰角信息,两个站点就能利用方向交汇法进行雷电监测定位[22]。

图 3 所示,$E(x_E, y_E)$ 点为闪电辐射源实际位置,$\widehat{AE}$、$\widehat{BE}$为闪电电磁波的实际传播路径,$|AE|$、$|BE|$为闪电源距离测站 A、B 的实际距离,i_1、i_2 为测站 1、测站 2 所测闪电仰角,大于实际仰角 θ_1、θ_2,这也是造成折射误差的原因。$F(x_F, y_F)$ 点为由测

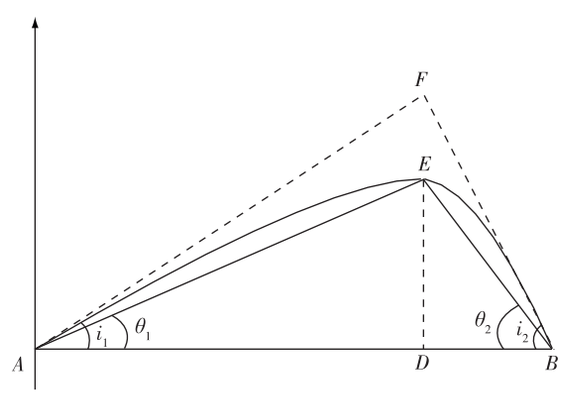

图 3 方向交汇法的误差模型

Fig. 3 Error model of atmospheric refraction based on MDF

站所测仰角进行方向交汇所得的雷电源所在位置。

由公式(7),得到闪电到达测站 A、测站 B 的真实仰角为 θ_1、θ_2。若闪电高度 $|DE|$ 为 H,可得到闪电到达测站 A、B 的实际距离 $|AE|$、$|BE|$ 以及两测站间距 $|AB|$。在 $\triangle ABF$ 中,由正弦定理知

$$\frac{|AF|}{\sin i_2} = \frac{|AB|}{\sin\angle AFB}, \tag{8}$$

得到

$$x_F = |AF| \cdot \cos i_1 ,$$
$$y_F = |AF| \cdot \sin i_1 .$$

大气折射对方向交汇法造成的定位误差为

$$|EF| = D = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$$

2.2.2　仿真分析

甚高频闪电定位系统站间距离多在 10~100 km,而闪电源高度一般为 4~15 km,因此多站定位系统所测仰角多在 45°以下(仰角越大大气折射造成的影响越小,因此这里不分析 45°以上情况)。定位算法中,对于角度在 10°以下的测站一般不参与定位计算,仿真时选择仰角范围 10~45°,为检验本文提出的折射误差计算方法的可行性,假设闪电高度 H=10 km 进行定量计算,得到大气折射对闪电定位造成的定位误差如图 4 所示。

由图 4 知,大气折射对方向交汇系统的定位误差,随着仰角的增加成指数衰减,因此在低仰角时应考虑大气折射对闪电定位造成的影响。大气折射对方向交汇定位系统造成的偏差距离最大约 116.52 m,误差平均值为 30.18 m。当两站仰角均大于 35.56°时,定位误差小于 15 m。若折射误差小于 GPS 授时造成的定位误差时,可以忽略大气折射对闪电定位的影响,此时要求测站仰角均大于 35.56°,两站的距离应小于 28 km,对布站具有指导意义。

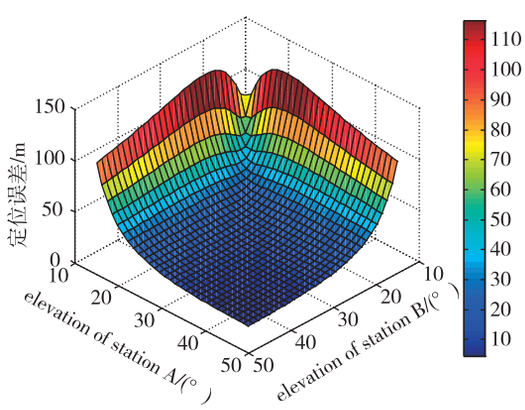

图 4　大气折射对方向交汇影响

Fig.4　Location error of DF caused by atmospheric refraction

2.3　大气折射对到达时间差法定位影响

2.3.1　定位误差模型建立

到达时间差法记录闪电辐射电磁波到达各个探测站的时间,如此,2 站之间得到一个闪电到达时间差,构成一条双曲线,3 个站点便构成两条双曲线,两条双曲线的交点为闪电发生位置。图 5 所示,所示 A、B、C 为 3 个测站,实线 1、3 是闪电到两测站真实距离差所构成双曲线,相交于 $E(x_E, y_E)$,虚线 2、4 是根据所测时间差画的双曲线,相交于 $F(x_F, y_F)$。$|EF|$ 即大气折射造成的定位误差。

闪电辐射电磁波受大气折射影响传播路径发生弯曲,使得时间测量出现误差,导致由记录时间进行双曲线交汇得到的闪电位置与实际位置存在一定偏差,这个偏差就是大气折射造成的定位误差。若不考虑大气折射,电磁波沿直线传播,到达测站 A、B 时间差为 ΔT_1,得到闪电到达 A、B 的距离差

$$\Delta T_1 \cdot C = |BP| - |AP| . \tag{9}$$

在实际大气环境下,若测站 A、B 所测时间差为 ΔT_2,则电磁波延传播路径的距离差

$$\Delta T_2 \cdot C = |\widehat{BP}| - |\widehat{AP}| . \tag{10}$$

由大气折射导致闪电到达测站 A、B 距离差的变化量 $D_{AB} = \Delta T_2 \cdot C - \Delta T_1 \cdot C$。令测站 A 所测仰角为 i_A、测站 B 所测仰角为 i_B,则双曲线 i 方程

$$\frac{\left(x - \frac{x_A + x_B}{2}\right)^2}{a_i^2} - \frac{\left(y - \frac{y_A + y_B}{2}\right)^2}{b_i^2} = 1 , \quad i = 1,2 \tag{11}$$

式中,$a_i = \frac{1}{2}\Delta T_i \cdot C$,$b_i^2 = c_{AB}^2 - a_i^2$,$c_{AB} = \frac{1}{2}|AB| = \frac{1}{2}\left(\frac{H}{\tan i_A} + \frac{H}{\tan i_B}\right)$。

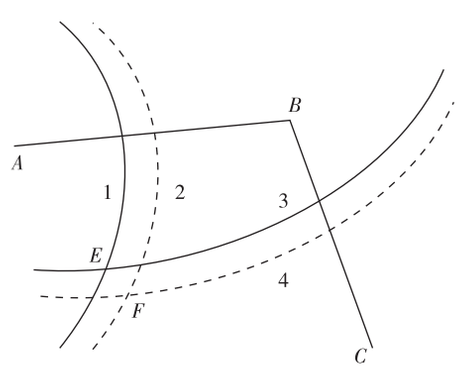

图 5　到达时间差法的误差模型

Fig.5　Error model of atmospheric refraction based on TOA

同理,利用站点 B、C 所测仰角可以得到双曲线 3、4 的方程。联立双曲线方程求得 E 点和 F 点坐标,得到大气折射造成的定位误差。

2.3.2 仿真分析

仿真计算中,仍然以闪电高度 $H=10$ km 为例进行分析。由于时间差法定位系统至少需要 3 个测站才能定位,为方便与方向交汇、综合法相比较,取测站 C 仰角为定值,而测站 A 和测站 B 的仰角变化为 10~45°,得到大气折射对时间差法定位系统的定位误差随仰角的变化,如图 6 所示。

由图 6 知,大气折射对时间差法定位系统造成的定位误差最大值约 44.70 m,平均值在 12.32 m。当两站仰角均大于 18.6°时,定位误差小于 15 m。对于要求大气折射造成的定位误差小于 15 m 时,此时两站的距离应小于 60 km。

2.4 大气折射对时差测向综合法定位影响

2.4.1 定位误差模型建立

在实际闪电探测网中,方向交汇法定位误差较大,时间差法又必须至少有 4 个探测站才能唯一定位,把两者联合起来,形成了测向时差综合闪电定位法(IMPACT)。每个测站既探测闪电发生的方向,又探测辐射电磁脉冲到达的时间。当有两个测站接收到数据时,采用一条时差双曲线和一个测站方向混合算法计算位置[23],由于方向误差是发散的,即距离越远带来的误差越大,所以选择距离闪电源较近的测站进行方向交汇,如图 7 所示,射线 AE 为实际闪电源方向,射线 AF 为测站所测仰角方向,实线 1 是闪电到两站的直线距离差所构成双曲线,虚线 2 是根据所测时间差画的双曲线。

利用公式(7),根据实测仰角 i_0,计算仰角 θ,得到直线方程 AE

$$y - y_A = \tan\theta \cdot (x - x_A) \quad ; \qquad (12)$$

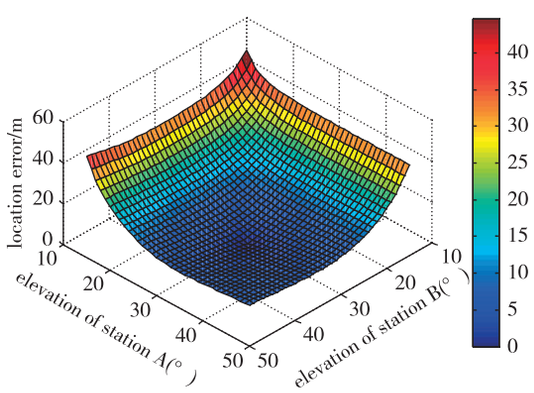

图 6 大气折射对到达时间差法的定位影响

Fig.6 Location error of TOA caused by atmospheric refraction

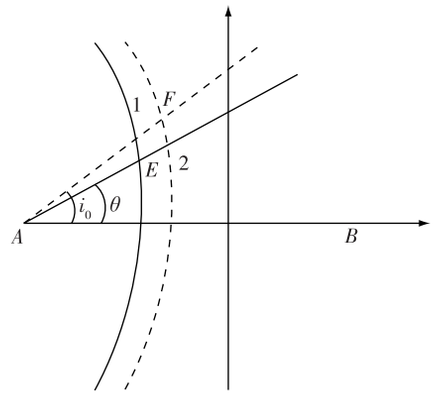

图 7 测向时差综合法的误差模型

Fig.7 Error model of atmospheric refraction based on IMPACT

直线方程 AF

$$y - y_A = \tan i_0 \cdot (x - x_A) \quad . \qquad (13)$$

结合式(9)~(11)中到达时间差模型,得到 a_i、b_i。

与双曲线 i 方程(11)构成联立方程,得到 E 点和 F 点坐标以及定位误差 $|EF|$。

2.4.2 仿真分析

仿真计算中,取闪电高度 $H=10$ km,联立方程(12)、(13)和双曲线 1、2 的方程,最终得到定位误差 $|EF|$ 随两测站仰角变化如图 8 所示。

由图 8 知,整体上定位误差随着仰角的增大迅速减小,但当测站 B 与测站 A 仰角相等时定位误差出现一个极大值。当两站所测仰角相等时大气折射对闪电到达测站的时间差相抵消,此时曲线 1、2 应重合,误差完全由进行方向交汇测站的仰角偏差的影响引起,相比而言,大气折射对方向交汇法影响较大,故出现定位误差的极大值。大气折射对测向时差综合法造成的定位误差最大值 58.90 m,平均值 16.74 m。当两站仰角均大于 23.96°时,定位误差小于 15 m,此时两站的距离应小于 45 km。

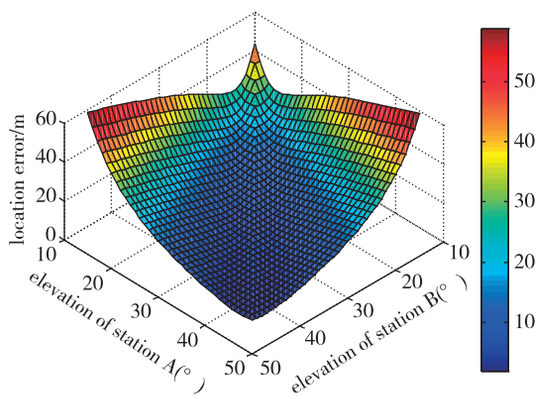

图 8 大气折射对测向时差综合法的定位影响

Fig.8 Location error of IMPACT caused by atmospheric refraction

计算综合法定位误差时,选取离闪电源较近测站的方位进行交汇,实际定位中,也有使用较远站点的方位进行交汇的情况。在相同情况下,比较选取较近的测站和较远的测站进行方向交汇对定位误差带来的影响,如图 9 所示。

由图 9 知,在两站仰角相同情况下,选取较远的站点进行交汇时由大气折射造成的定位误差约是选取较近测站进行交汇的 1.6 倍,因此,为减小大气折射造成的定位误差,应选取较近测站方向进行交汇。

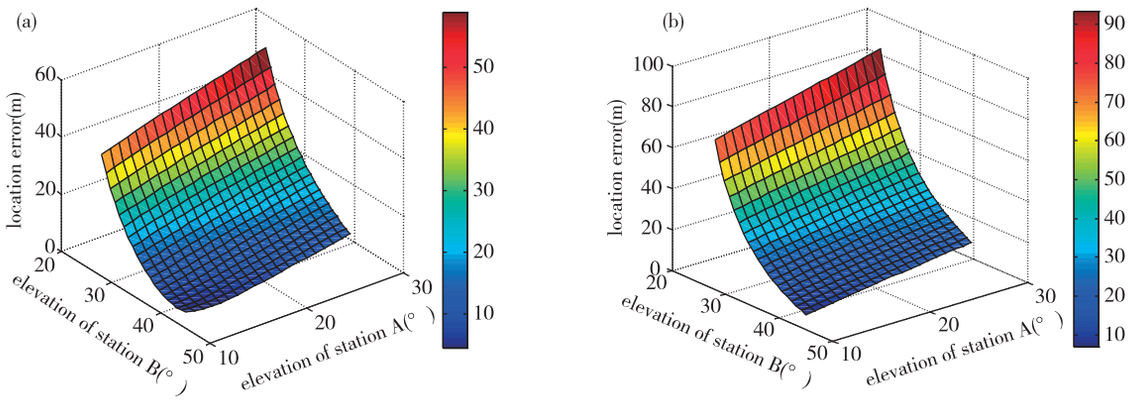

图 9　综合法中测站方向选取比较(a)近点;(b)远点

Fig.9　Comparison of different station selection in IMPACT (a) nearby site; (b) distant site

3　结论

本文利用 GPS 探空数据得到大气折射率随高度变化的廓线,分别建立了大气折射对方向交汇法、到达时间差法以及测向时差综合法 3 种闪电定位的误差模型,通过仿真实验进行了数值模拟得到以下具体结论:

(1)大气折射对方向交汇法定位影响最大,该定位误差是发散的,距离越远大气折射造成定位误差越大,大气折射对时间差定位系统的影响最小。

(2)若要忽略大气折射对闪电定位的影响,方向交汇、时间差和综合法 3 种闪电定位方法的站间距应分别小于 28 km、60 km、45 km。

(3)3 种模型中,大气折射造成的定位误差随着仰角增大成指数衰减。但在综合法中,在两站仰角相等处会出现定位误差的极大值,并且选取较远的站点方向进行交汇时造成的定位误差约是选取较近进行交汇的 1.6 倍,因此应当选取近站点。

本文仅对 3 种方法定位所需最基本的站点数进行了大气折射的影响分析。但实际使用中多是使用多个站点进行优化定位,还需对模型做适当修改,才能运用到实际多站定位系统中。在没有实时探空资料的情况下,可以利用大气折射率剖面经验模型定量计算大气折射造成的定位误差,从而修正折射误差。

参　考　文　献

[1] 冯民学, 焦雪, 韦海容, 等. 江苏省雷电分布特征分析. 气象科学, 2009, 29(2): 246-251.
FENG Minxue, JIAO Xue, WEI Hairong, et al. An analysis of the lightning distribution features in Jiangsu province. Scientia Meteorologica sinica(in Chinese), 2009, 29(2): 246-251.

[2] 李京校, 扈海波, 攀荣, 等. 雷电监测预警对雷击风险评估的影响分析. 气象科学, 2013, 33(6): 678-684.
LI Jingxiao, HU Haibo, PAN Rong, et al. Impact of lightning monitoring and warning on lightning risk assessment. Journal of the Meteorological Sciences (in Chinese), 2013, 33(6): 678-684.

[3] 胡志祥. 雷电定位算法和误差分析理论研究 [博士论文]. 武汉: 华中科技大学, 2012.
HU Zhixiang. Theoretical study on location algorithm and error analysis of lightning targets [D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology (in Chinese), 2012.

[4] 杨波, 邱实, 宁军, 等. 闪电定位误差及探测效率评估. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2007, 7(5): 506-510.
YANG Bo, QIU Shi, NING Jun, et al. Evaluation of error on lightning orientation and lightning detection effiency. Journal of PLA University of Science and Technology (in Chinese), 2007, 7(5): 506-510.

[5] 王彦辉, 张广庶, 张彤, 等. 闪电 VHF 辐射源三维定位系统仪器误差处理. 高原气象, 2012, 31(5): 1407-1413.
WANG Yanhui, ZHANG Guangshu, ZHANG Tong, et al. Error correction in three-dimension location system of lightning VHF radiation. Plateau Meteorology (in Chinese), 2012, 31(5): 1407-1413.

[6] Schulz W, Diendorfer G. Amplitude site error of magnetic direction finder. 26th International Conference on Lightning Protection, Cra-

cow, Poland, September 2-6, 2002.

[7] CHEN M, LU T, DU Y. Properties of "Site Error" of lightning direction-finder (DF) and its modelling. Atmos. Res., 2012, 30(2): 508-514.

[8] Koshak W, Solakiewicz R, Blakeslee R, et al. North Alabama lightning mapping array (LMA): VHF source retrieval algorithm and error analyses. J. Atmos. Oceanic Technol., 2004, 21(4): 543-548.

[9] 佘会莲, 陈德生, 谢君. VHF 闪电定位技术评述. 气象与环境科学, 2008, 31(2): 55-58 .
SHE Huilian, CHEN Desheng, XIE Jun. Review of VHF lightning location technique. Meteorological and Environmental Sciences (in Chinese), 2008, 31(2): 55-58.

[10] 张义军, 孟青, 马明, 等. 闪电探测技术发展和资料应用. 应用气象学报, 2006, 17(05): 611-620.
ZHANG Yijun, MENG Qing, MA Ming, et al. Development of lightning detection technique with application of lighting data. Journal of Applied Meteorological Science (in Chinese), 2006, 17(05): 611-620.

[11] 曹冬杰, 田立言, 肖瑾, 等. 闪电多参量高速大容量实时数据采集, 显示和分析系统. 高原气象, 2011, 30(2): 518-524.
CAO Dongjie, TIAN Liyan, XIAO Jin, et al. A fast recording, display and waveform analysis system on multi-parameter of lightning flash. Plateau Meteorology (in Chinese), 2011, 30(2): 518-524.

[12] 詹煜, 戴铁丕, 张培昌. 大气折射指数垂直分布的气候特征计算. 南京气象学院学报, 1995, 18(4): 578-583.
ZHAN Yu, DAI Teipi, ZHANG Peichang. Climatic characteristics of vertical distribution of atmospheric refractive index. Journal of Nanjing Institute of Meteorology (in Chinese), 1995, 18(4): 578-583.

[13] 张瑜, 赤娜, 侯佳, 等. 大气折射引起的雷达定位误差模型. 电光与控制, 2009, 16(7): 65-67.
ZHANG Yu, CHI Na, HOU Jia, et al. Model of radar locating error caused by atmosphere refration. Electronic Optics & Control (in Chinese), 2009, 16(7): 65-67.

[14] 王红光, 吴振森, 朱庆林. 大气折射对雷达低仰角跟踪误差的影响分析. 电子与信息学报, 2012, 34(8): 1893-1896.
WANG Hongguang, WU Zhensen, ZHU Qinglin. Influence analysis of atmospheric refraction on low-angle radar tracking errors. Journal of Electronics & Information Technology (in Chinese), 2012, 34(8): 1893-1896.

[15] 张培昌, 戴铁丕, 郑学敏. 我国部份地区大气折射指数垂直分布统计模式. 气象科学, 1991, 11(4): 402-413.
ZHANG Peichang, DAI Teipi, ZHENG Xuemin. Three statistical models for the vertical distribution of atmospheric refractive index in some parts of China. Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese), 1991, 11(4): 402-413.

[16] 周康辉, 董万胜, 刘恒毅, 等. 基于干涉仪原理的甚高频雷电单站预警. 气象科技, 2013, 41(3): 563-568.
ZHOU Kanghui, DONG Wansheng, LIU Hengyi, et al. A single-station lightning warning system based on principles of interferometer. Meteorological Science and Technology (in Chinese), 2013, 41(3): 563-568.

[17] 戴铁丕, 张培昌, 詹煜. 我国 20 个地区大气折射指数垂直分布的 3 种统计模式. 南京气象学院学报, 1996, 19(4): 74-81.
DAI Teipi, ZHANG Peichang, ZHAN Yu. Three statistical models for vertical distribution of atmospheric refractive index in 20 regions of China. Journal of Nanjing Institute of Meteorology (in Chinese), 1996, 19(4): 74-81.

[18] 黄兴友, 孙伟, 葛文忠, 等. 一次雷暴前后大气折射率的多普勒天气雷达测量试验及结果. 大气科学学报, 2011, 34(4): 433-438.
HUANG Xingyou, SUN Wei, GE Wenzhong, et al. An experiment on atmospheric refractivity retrieved from Doppler weather radar during a thunder storm. Transactions of Atmospheric Sciences (in Chinese), 2011, 34(4): 433-438.

[19] 黄捷. 电波大气折射误差修正. 北京: 国防工业出版社, 1999.
HUANG Jie. Correction for atmospheric refractive error of radio wave. Beijing: National Defence Industry Press (in Chinese), 1999.

[20] Rakov V A, Rachidi F. Overview of recent progress in lightning research and lightning protection. IEEE Trans. Electr. Comp., 2009, 51(3): 428-442.

[21] 盛裴轩,毛节泰,李建国. 大气物理学. 北京大学出版社, 2003.
SHENG Peixuan, MAO Jietai, LI Jianguo. Atmospheric physics. Beijing: Peking University Press (in Chinese), 2003.

[22] 刘恒毅. 闪电云内放电过程的宽带干涉仪观测研究[博士论文]. 北京:中国气象科学研究院, 2012.
LIU Hengyi. The study of intracloud discharges using VHF broadband digital interferometer[D]. Beijing: Chinese Academy of Meteorological Science (in Chinese), 2012.